

# Proposta di un aggiornamento della formulazione NTC-08 per gli spettri di piano e sua applicabilità nella verifica dei meccanismi locali

Stefania Degli Abbati, Serena Cattari, Sergio Lagomarsino  
Dipartimento di Ingegneria Civile, Chimica e Ambientale. Via Montallegro 1, 16145 Genova

*Keywords: Spettri di piano, metodo disaccoppiato, meccanismi locali*

## ABSTRACT

La valutazione della risposta sismica di un'appendice non strutturale o di una porzione strutturale posti in quota o sommità rispetto alla struttura principale è tradizionalmente affrontata seguendo due approcci: i) il *"Floor response spectrum approach"*, che si basa sull'ipotesi di poter trascurare l'interazione dinamica tra i due sistemi ed opera per sottostrutture; ii) il *"Combined Primary-Secondary system approach"*, che studia il sistema nel suo complesso includendo esplicitamente gli effetti di accoppiamento. Nell'ambito del primo approccio, il problema si riduce alla corretta definizione dello spettro di piano, per il quale numerose formulazioni analitiche semplificate sono proposte in letteratura ed adottate nelle normative nazionali ed internazionali. Tali espressioni includono tuttavia in alcuni casi la dipendenza da un numero molto limitato di parametri, non sufficiente a cogliere tutti gli aspetti fisici che possono influenzare il fenomeno di interazione. In questo contesto, l'articolo si pone due obiettivi: i) la verifica dell'attendibilità e la definizione dei campi di applicabilità delle tradizionali procedure per sottostrutture; ii) il confronto tra alcune formulazioni proposte in letteratura per gli spettri di piano e la proposta di un aggiornamento di quella proposta in Lagomarsino 2015 (e da cui deriva la formulazione NTC-08), che si è dimostrata dal confronto quella più affidabile.

## 1 INTRODUZIONE

A differenza di quanto avviene per l'analisi di strutture direttamente sollecitate dallo scuotimento del suolo, al fine di analizzare la risposta sismica di elementi secondari o meccanismi posti in quota, è necessario affrontare preliminarmente il problema della definizione dell'input sismico che risulta variato rispetto a quello agente al suolo a causa dell'effetto filtro indotto dalla struttura principale. Tale problematica ha carattere generale, in quanto riguarda genericamente tutti gli elementi non strutturali (tamponature, apparecchiature, controsoffittature, installazioni, etc) e risulta poi particolarmente importante nel caso delle strutture in muratura, coinvolgendo sia singoli elementi architettonici o appendici secondarie (guglie, pinnacoli, comignoli, parapetti etc.) sia vere e proprie strutture (vele campanarie, parti sommitali di facciate, etc.).

Tradizionalmente, la valutazione sismica di un'appendice strutturale posta in quota o in

sommità ad un edificio è affrontata seguendo due approcci (Muscolino 1991; Chen and Soong 1988):

- il *"Floor response spectrum approach"*, che si basa sull'ipotesi di poter trascurare l'interazione dinamica tra i due sistemi ed opera quindi per sottostrutture;
- il *"Combined primary-secondary system (P-S system) approach"*, che studia il sistema nel suo complesso, senza pertanto trascurare i possibili effetti di accoppiamento.

Nell'ambito del primo approccio, il problema si riduce alla corretta definizione dello spettro di piano. Per quest'ultimi, numerose sono le formulazioni proposte in letteratura e in normativa (come descritto nel dettaglio al §2); tra le prime, si richiamano i lavori recentemente pubblicati da Menon e Magenes (2011a&b), Sullivan et al. (2013), Vukobratovic e Fajfar (2014) e Lagomarsino (2015). Molte di esse derivano dalla formulazione analitico-numerica rigorosa proposta originariamente da Singh nel 1975 ed ulteriormente sviluppata in lavori

successivi (Singh 1975; Singh 1980; Burdisso e Singh 1987a; Burdisso e Singh 1987b), che permette di determinare gli spettri di piano a partire dalla conoscenza dell'input alla base della struttura e delle principali caratteristiche dinamiche della struttura stessa. La trattazione di Suarez e Singh si basa su un'ipotesi forte, e cioè di considerare il terremoto come un processo aleatorio stazionario gaussiano a media nulla. Pertanto l'applicazione di tali espressioni nel caso di input costituiti da accelerogrammi reali potrebbe portare a risultati non coerenti. Essa inoltre risulta piuttosto complessa.

In questo contesto, obiettivo del presente articolo è proporre una formulazione analitica per la definizione degli spettri di piano *semplificata* (e quindi utilizzabile a livello progettuale), ma al contempo derivata a partire da una *base teorica rigorosa*, che pone le sue basi nei lavori presentati in Curti 2007 e ripresi poi in Lagomarsino 2015. Con tale finalità, nel presente articolo, è dapprima presentata una revisione critica delle diverse formulazioni attualmente disponibili nelle principali normative italiane ed internazionali (§2), confrontandone differenze e analogie. In secondo luogo, la proposta di una nuova formulazione è descritta (§3) e poi validata in ambito lineare mediante risultati di dati sperimentali e numerici (§4); infine, al §5, è approfondito l'aspetto più specifico che riguarda l'attendibilità e la definizione dei campi di applicabilità dell'ipotesi di disaccoppiamento su cui tale formulazione si basa.

## 2 STATO DELL'ARTE IN AMBITO NORMATIVO

Numerose sono le formulazioni proposte in ambito normativo per la definizione degli spettri di piano. Esse sono generalmente proposte nell'ambito della verifica di quei sistemi secondari definiti "elementi non strutturali"; solo nel caso delle Norme Tecniche Italiane, all'interno della Circolare Esplicativa 617 del 2009, si fa riferimento esplicito a strutture esistenti in muratura, relativamente alla verifica dei meccanismi locali proponendo delle espressioni alternative a quelle introdotte nei capitoli generali per gli elementi non strutturali.

La Tabella 1 pone a confronto le espressioni proposte nelle principali norme (italiana ed internazionali); si precisa che è stato fatto riferimento alla notazione riportata nelle rispettive normative.

Come è possibile osservare, in generale l'input in quota si ottiene a partire dalla conoscenza di

quello al suolo, per mezzo di espressioni analitiche, più o meno semplificate a seconda della norma. Ad esempio, mentre in alcuni codici l'input alla base è semplicemente amplificato omoteticamente per mezzo di coefficienti che tengano conto della quota a cui è localizzato l'elemento da verificare (e.g. Norma Neozelandese e ASCE 41-13, 2014), in altri entrano in gioco anche le principali caratteristiche dinamiche della struttura (ad esempio in termini di frequenza, forma modale e coefficienti di partecipazione modale).

In particolare:

- nell'*Eurocodice* 8 (CEN 2004) l'accelerazione spettrale  $S_a$  di un elemento non strutturale, caratterizzato da un periodo fondamentale  $T_a$  e posizionato ad un livello  $Z$  dal suolo su cui insiste la struttura principale, è determinato in funzione dell'accelerazione di picco al suolo  $\alpha$  (espressa in unità di  $g$ ), del coefficiente di sito  $S$ , dell'altezza  $H$  totale della struttura, della posizione  $Z$  dell'elemento e del primo periodo di vibrazione della struttura  $T_1$ ;
- nella *Normativa Italiana*, si distingue il caso di verifica di elemento non strutturale (per il quale la formulazione proposta è del tutto analoga a quanto prescritto nell'Eurocodice 8) ed il caso di verifica di un meccanismo posto in quota, per strutture esistenti in muratura (Circolare 617 2009). In quest'ultimo caso, lo spettro di risposta di piano in spostamento  $S_{D,z}$  è valutato in funzione dello spettro elastico in spostamento al suolo  $S_{De}$  (riferito ad uno smorzamento convenzionale pari al 5% e calcolato per il periodo proprio della costruzione  $T_1$ ) e delle principali caratteristiche dinamiche della struttura primaria (forma modale  $\psi$ , coefficiente di partecipazione  $\gamma$  e periodo proprio dell'appendice  $T_s$ );
- nelle *norme Neozelandesi* (NZS 1170.5 2004), nel caso di strutture secondarie posizionate ad un livello  $i$  della struttura principale, il coefficiente di risposta di progetto  $C_p(T_p)$  è calcolato come il prodotto tra il coefficiente di pericolosità del sito  $C(0)$  calcolato per  $T=0$  e due coefficienti:  $C_{Hi}$ , funzione della quota a cui è posizionato l'elemento secondario;  $C_i(T_p)$ , coefficiente di forma spettrale al livello  $i$ , valutato in funzione del valore assunto dal periodo  $T_p$  dell'appendice. Una volta valutato  $C_p(T_p)$ , il valore dell'azione sismica orizzontale di progetto

da assumersi per l'appendice è valutata come  $F_{ph}=C_p(T_p)C_{ph}R_pW_p$ , essendo:  $C_{ph}$  il fattore di risposta orizzontale dell'appendice;  $R_p$  il suo fattore di rischio;  $W_p$  il suo peso;

- nelle *normative ASCE 41-13* (2014), l'azione sismica orizzontale per l'appendice non strutturale è funzione: del peso  $W_p$ ; del fattore di amplificazione  $a_p$  determinato convenzionalmente sulla base delle interazioni dinamiche attese tra la componente non strutturale e le caratteristiche dinamiche della struttura principale, oppure stimato mediante espressioni semplificate proposte; del fattore di importanza  $I_p$ ; del fattore di modificazione della risposta dell'appendice  $R_p$ ; dell'accelerazione di piano  $A_x$  al livello  $x$  valutata sulla base di analisi dinamiche lineari o nonlineari o, in via approssimata, utilizzando l'Equazione (1), dove:  $S_{XS}$  è lo spettro di risposta in accelerazione smorzato al 5% e per un prefissato *livello di pericolosità sismica*;  $h$  è l'altezza media totale dell'edificio;  $x$  è la quota di posizionamento del baricentro della componente non strutturale rispetto al suolo;

$$A_x = 0.4S_{XS} \left(1 + \frac{2x}{h}\right) \quad (1)$$

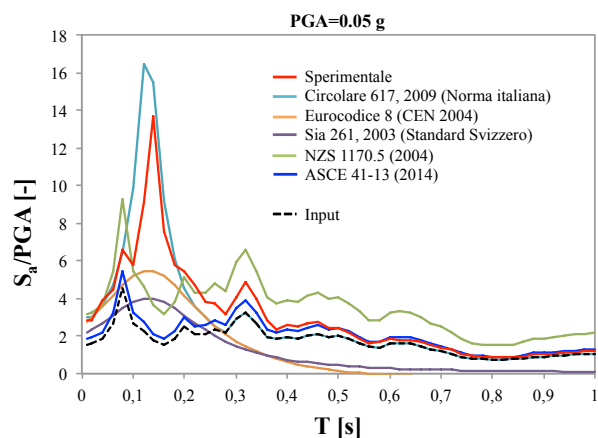
- infine, negli *standard Svizzeri* (SIA 261 2003) lo spettro di piano è ottenuto a partire dall'input ( $a_g S/g$ ) opportunamente corretto mediante due coefficienti (un fattore di importanza  $\gamma_f$  e un fattore di struttura  $q_a$  proprio dell'elemento strutturale), oltre naturalmente a dipendere dal valore dell'altezza  $H$  totale della struttura e dalla quota di posizionamento dell'elemento appendice  $Z$ .

La Figura 1 mostra, a titolo di esempio, il confronto tra gli spettri alla base e quelli in quota (rispettivamente nominati "Input" e "Sperimentale" in figura) ottenuti a partire da registrazioni reali di alcuni test sperimentali su tavola vibrante (Beyer et al. 2015), posti a confronto con quelli ottenuti applicando alcune delle formulazioni presentate in Tabella 1. Il confronto riportato in Figura 1 viene presentato in due casi: a) relativamente ad uno dei primi test effettuati (quando la struttura risponde ancora in campo lineare, essendo la PGA dell'input applicato alla tavola vibrante molto bassa); b) quando la

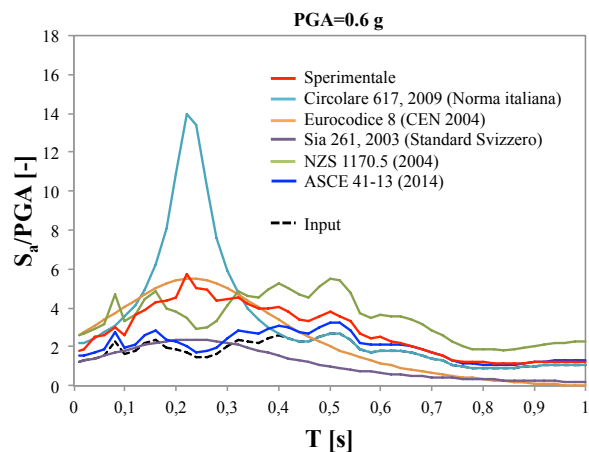
struttura, danneggiandosi, inizia a rispondere in campo nonlineare.

Tabella 1. Confronto tra le formulazioni previste da alcune normative per la definizione dell'input in quota.

Norma	Formulazione proposta
Eurocodice 8 (CEN 2004)	$S_a = \alpha S \left[ \frac{3 \left(1 + \frac{Z}{H}\right)}{1 + \left(1 - \frac{T_a}{T_1}\right)^2} - 0.5 \right]$
NTC 2008	
Circolare 617 (2009)	$S_{D,z} = S_{De}(T_1) \cdot \psi(Z) \cdot \gamma \frac{\left(\frac{T_s}{T_1}\right)^2}{\sqrt{\left(1 - \frac{T_s}{T_1}\right)^2 + 0.02 \frac{T_s}{T_1}}}$
NZS 1170.5 (2004)	$C_p(T_p) = C(0) \cdot C_{Hi} \cdot C_i(T_p)$
ASCE 41-13 (2014)	$F_p = \frac{a_p A_x W_p}{\left(\frac{R_p}{I_p}\right)}$
Swiss standard SIA 261 (2003)	$S_a = 2\gamma_f \frac{a_{gd}}{g} S \frac{1}{q_a} \left[ \frac{\left(1 + \frac{Z}{H}\right)}{1 + \left(1 - \frac{T_a}{T_1}\right)^2} \right]$



a



b

Figura 1. Confronto tra lo spettro di piano in accelerazione reale (ottenuto a partire da registrazioni accelerometriche

Nel caso in esame, in particolare, si sono assunti a titolo di esempio: coefficiente di sito  $S=1$  (presente in Eurocodice 8 e Standard Svizzero); fattore di struttura  $q_a=1$  (presente in Standard Svizzero); fattore che moltiplica omoteticamente lo spettro di input nelle norme Neozelandesi pari a 2; valore di  $A_x$  e di  $a_p$  (nella norma ASCE 41-13) pari a 1.2. I rimanenti parametri, sono stati ottenuti a partire dai risultati della suddetta sperimentazione (Beyer et al. 2015).

### 3 PROPOSTA DI UNA FORMULAZIONE PER LA VALUTAZIONE DEGLI SPETTRI DI PIANO

Come si può dedurre da quanto descritto al §2, le espressioni attualmente proposte in normativa sono inadeguate a cogliere tutti gli aspetti fisici che possono influenzare il fenomeno. In tale contesto e al fine di superare alcune delle criticità che esse presentano, si colloca la proposta discussa nel seguito che esprime lo spettro di piano in accelerazione tramite l'espressione (2).

$$S_{a,Fk}(T) = \begin{cases} PFA_k \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{T}{T_k}\right)^\alpha\right)^2 + \frac{A_1}{A_2^2} \left(\frac{T}{T_k}\right)^\alpha}} & T \leq 2T_k \\ PFA_k \cdot \frac{A_2 \left(\frac{T}{T_k}\right)^2}{\sqrt{\left(1 - 2^\alpha\right)^2 + A_1 \cdot 2^\alpha}} & T > 2T_k \end{cases} \quad (2)$$

Quest'ultima vuole essere al contempo semplice, in modo da essere facilmente applicata anche a livello progettuale, ma fondata su una base teorica rigorosa, secondo la quale ai differenti coefficienti introdotti possa essere associato un significato meccanico preciso. Con tale finalità, si è ripartiti dai lavori presentati

Tale espressione è stata derivata assicurando il passaggio per due punti caratteristici dello spettro, noti in forma chiusa (**Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.**): la Peak Floor Acceleration ( $PFA_k$ ) e le ordinate spettrali in corrispondenza dei periodi  $T_k$  (relativi al  $k$ -esimo modo) della struttura  $S_{a,fk}(T_k)$ .

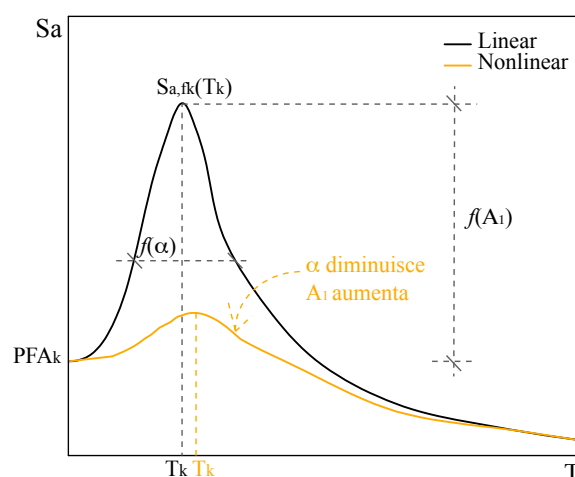


Figura 2. Influenza dei parametri  $\alpha$  e  $A_1$  sulla definizione della forma dello spettro di piano.

Le espressioni per ricavare questi ultimi sono dettagliate nelle Equazioni (3) e (4), nel caso di smorzamento uguale tra struttura primaria ( $\xi_k$ ) e appendice secondario ( $\xi_s$ ) in cui compare anche il termine  $B(\xi_k)$  fornito dalla (5), essendo  $T_B$ ,  $T_C$ ,  $T_D$  i periodi che caratterizzano i diversi rami dello spettro di input, definito analogamente a quello di normativa (NTC 2008).

$$PFA_k = S_a(T_k)A_3|\gamma_k\psi_k(z)|\sqrt{1+4\xi_k^2} \quad (3)$$

$$S_{a,Fk}(T_k) = S_a(T_k) \left| \gamma_k \psi_k(z) \right| \frac{\sqrt{2}}{4\xi_k \sqrt{1-\xi_k^2}} B(\xi_k) \quad (4)$$

$$B(\xi_k) = \begin{cases} \sqrt{1+10\xi_k^2-8\xi_k^4} & T_B < T_k < T_C \\ \sqrt{1+4\xi_k^2-8\xi_k^4} & T_C < T_k < T_D \\ \sqrt{1-2\xi_k^2-8\xi_k^4} & T_k > T_D \end{cases} \quad (5)$$

Nella formulazione proposta si considera dunque la struttura principale descritta da  $n$  modi caratteristici, ciascuno caratterizzato da un periodo  $T_k$ , uno smorzamento  $\xi_k$ , un coefficiente di partecipazione modale  $\gamma_k$  e una forma modale  $\psi_k(z)$ . La struttura secondaria è invece caratterizzata da un periodo  $T_s$  e da uno

smorzamento  $\xi_s$ . Di conseguenza,  $S_{a,jk}(T)$  rappresenta il contributo del modo  $k$ -esimo allo spettro di piano.

Come si può osservare dalla (2), lo spettro di piano è definito mediante due diverse espressioni in funzione del valore assunto dal periodo  $T$ . In particolare, la prima espressione (fornita per valori di  $T \leq 2T_k$ ) consente di ottenere la riduzione “corretta” dello spettro (nell’ambito di un approccio basato sull’uso degli spettri sovrasmorzati) in corrispondenza del periodo fondamentale  $T_k$ ; tale riduzione si attenua poi gradualmente per valori di  $T_k < T \leq 2T_k$ , fino a valori del periodo maggiori di  $2T_k$ , a partire da cui lo spettro non risente più di tale riduzione.

La seconda espressione è stata introdotta al fine di evitare il raggiungimento di valori di spostamento irrealistici che si otterrebbero applicando le precedenti espressioni per valori del periodo  $T > 2T_k$ .

Per la definizione di  $\gamma_k$ ,  $\psi_k(z)$  e  $T_k$  è possibile fare riferimento ad espressioni semplificate (riportate nel seguito nelle Equazioni (6), (7) e (8)), essendo:  $n$  il numero totale di piani;  $z$  la quota dell’appendice o del meccanismo in esame;  $H$  l’altezza totale della struttura) oppure ai risultati di analisi modali, qualora sia disponibile un modello tridimensionale di dettaglio della struttura in esame.

$$\gamma_k = \frac{3n}{2n+1} \quad (6)$$

$$\psi_k(z) = \frac{z}{H} \quad (7)$$

$$T_1 = 0.05 \cdot H^{3/4} \quad (8)$$

I coefficienti  $\alpha$ ,  $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$  sono invece funzioni dei principali parametri dinamici che caratterizzano la struttura principale e l’appendice secondario: ad ognuno di essi è associato un preciso significato meccanico (**Errore. L’origine riferimento non è stata trovata.**).

In particolare, il parametro  $A_1$  agisce sull’entità del picco di amplificazione in corrispondenza dei modi principali della struttura, mentre il parametro  $\alpha$  sull’ampiezza della campana che caratterizza lo spettro: al progredire della struttura in campo nonlineare, l’amplificazione si riduce come entità ( $A_1$  aumenta) ma si allarga ( $\alpha$  cioè decresce); inoltre, il periodo fondamentale della struttura tende naturalmente ad aumentare. I coefficienti  $A_2$  e  $A_3$  dipendono invece rispettivamente dallo smorzamento di appendice e della struttura principale.

La Tabella 2 confronta i valori assunti in diverse formulazioni proposte in letteratura, già richiamate, e in normativa, in ambito italiano. In particolare, si sottolinea come l’attuale normativa italiana proponga un’unica espressione per la definizione degli spettri di piano - che di fatto rappresenta una semplificazione della prima espressione della (2) - fornendo in questo modo valori di spostamento non attendibili per valori dei periodo maggiori di due volte quello fondamentale della struttura. Da qui la necessità di inserire la seconda espressione nella (2) per valori di  $T > 2T_k$ .

Tabella 2. Valori assunti per i coefficienti  $\alpha$ ,  $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$ .

Formulazione	$\alpha$	$A_1$	$A_2$	$A_3$
NTC 2008 <sup>1</sup>	1	0.02	1	1
Curti 2007 <sup>2</sup>	1.2	0.02	1	1
Lagomarsino 2015 <sup>3</sup>	1	0.05	$\eta(\xi_s)^5$	1
Nuova Proposta <sup>4</sup>	1	$\xi_k^{1,2}$	$\eta(\xi_s)$	$\eta(\xi_k)$

<sup>1</sup> Considera solo il contributo del primo modo.

<sup>2</sup> Considera il contributo dei primi due modi.

<sup>3</sup> Il contributo dei modi ritenuti significativi viene combinato mediante una somma algebrica.

<sup>4</sup> Il contributo dei modi ritenuti significativi viene combinato mediante una regola di combinazione (ad esempio, i risultati di analisi dinamiche lineari hanno mostrato come la SRSS permetta di ottenere buoni risultati).

<sup>5</sup> Questo coefficiente è stato inserito in modo diverso nell’espressione per il calcolo dello spettro di piano proposto in Lagomarsino 2015 per l’intervallo di periodi compresi tra  $T_k$  e  $1.9 T_k$ .

Relativamente alla nuova proposta, si precisa quanto segue:

- $\alpha$  è definito come una funzione che decresce al progredire della risposta della struttura in campo nonlineare; il valore pari a 1 coglie in generale bene l’entità del picco di amplificazione in campo lineare;
- l’espressione di  $A_1 = \xi_k^{1,2}$  rappresenta una buona approssimazione dell’espressione più generale ricavata teoricamente in maniera rigorosa a partire dal lavoro di Curti 2007;
- i coefficienti  $A_2$  e  $A_3$  sono funzioni rispettivamente dello smorzamento della dell’appendice  $\xi_s$  e della struttura  $\xi_k$ ; essi possono essere calcolati facendo riferimento alle tradizionali espressioni proposte in letteratura, come ad esempio quella proposta dall’Eurocodice 8 e fornita dalla (9).

$$\eta(\xi) = \sqrt{\frac{10}{5+\xi}} \quad (9)$$

Il passaggio dallo spettro di piano in accelerazione a quello in spostamento (Equazione 10, dove  $C$  rappresenta il termine della (2) che



moltiplica  $PFA_k$ ) è poi garantito per mezzo della nota relazione espressa dalla (11).

$$S_{d,Fk}(T) = PFA_k \cdot C \left( \frac{T}{T_k}; \xi_k, \xi_s \right) \cdot \left( \frac{T}{T_k} \right)^2 \quad (10)$$

$$S_d(T) = S_a(T) \cdot \left( \frac{T}{2\pi} \right)^2 \quad (11)$$

Lo spettro di risposta in spostamento da usare per le verifiche di elementi o meccanismi posti in quota  $S_{dz}$  è infine dato dal maggiore tra lo spettro in spostamento al suolo  $S_d$  e la stima ottenuta dalla combinazione dei contributi forniti dagli  $n$  modi della costruzione ritenuti significativi per la risposta del meccanismo locale. Al riguardo, i risultati delle analisi dinamiche lineari descritte nel seguito, hanno mostrato come utilizzare una regola di combinazione dei modi del tipo SRSS rappresenti una buona approssimazione (Equazione 12).

$$S_{dz}(T) = \max \left[ S_d(T); \sqrt{\sum_{k=1}^n S_{dz,k}^2(T,z)} \right] \quad (12)$$

#### 4 VALIDAZIONE SPERIMENTALE E NUMERICA

La formulazione analitica proposta al §3 per la definizione degli spettri di piano, è stata validata per via sperimentale e numerica in campo lineare e nonlineare.

In particolare, i risultati in termini di spettri in accelerazione ricavati applicando le Equazioni (2) e (12) sono stati confrontati con quelli ottenuti a partire da dati sperimentali (acquisiti durante alcune attività di drenaggio effettuate nel porto di Genova) e numerici (a seguito di analisi dinamiche lineari effettuate su un sistema a 3 gradi di libertà rappresentativo di un reale edificio in muratura). I risultati di tali validazioni in campo lineare sono presentati rispettivamente al §4.1 e §4.2. Quelli invece delle validazioni in campo nonlineare sono descritte in Degli Abbati et al. (2015).

##### 4.1 Dati sperimentali acquisiti durante le attività di drenaggio nel porto di Genova

In occasione di alcune attività di drenaggio eseguite nel porto di Genova nella seconda metà del 2012, è stato possibile acquisire dati reali su tre edifici ordinari del centro storico. Infatti, le attività di scavo eseguite nel porto per mezzo dell'utilizzo di esplosivi, hanno generato intense

vibrazioni che hanno reso necessario attuare un monitoraggio delle vibrazioni indotte su alcune strutture e chiese della città. La Figura 3 mostra la localizzazione delle stazioni di monitoraggio (sensori velocimetri tri-assiali) sovrapposti su una mappa geologica semplificata.

Numerose analisi sono state elaborate a partire dai dati ricavati sperimentalmente, già pubblicate in Barani et al. (2014). In particolare, i dati acquisiti su un edificio di 7 piani localizzato in Piazza Cavour dopo il terremoto avvenuto a Piacenza il 3 Ottobre, 2012 ( $M_1=4.5$ ) sono stati processati al fine di valutare il corrispondente spettro in accelerazione alla base e al terzo livello dell'edificio, come illustrato in Figura 4.

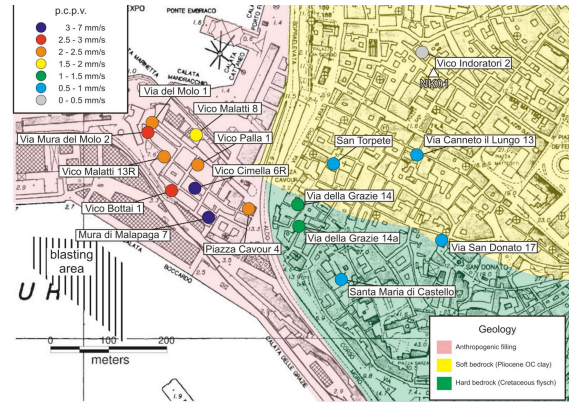


Figura 3. Localizzazione delle stazioni di monitoraggio.

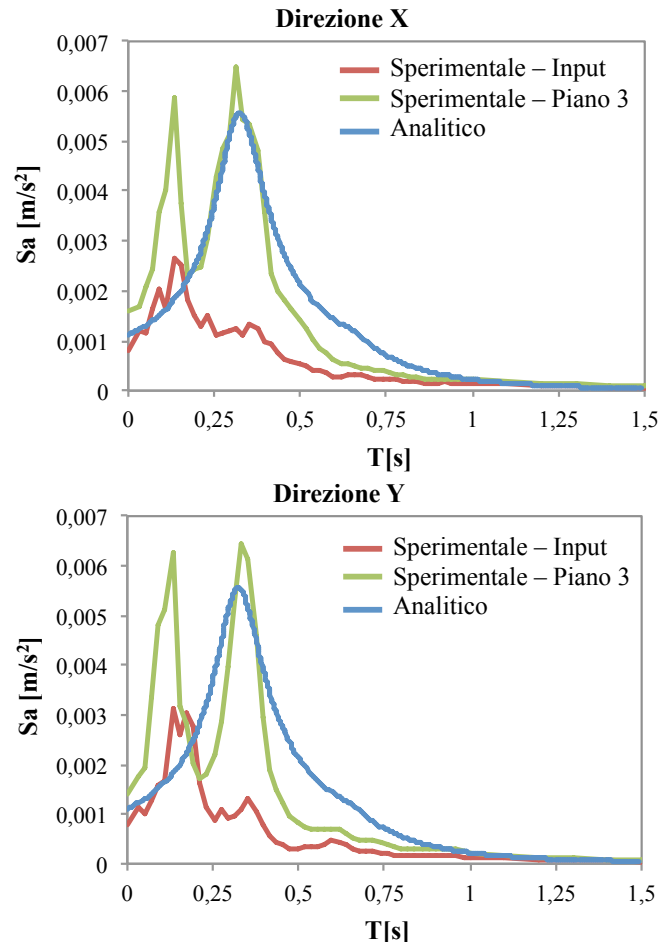


Figura 4. Confronto tra lo spettro in accelerazione ottenuto applicando le espressioni analitiche e quelli ottenuti a partire dai dati sperimentali (alla base e al terzo piano dell'edificio).

Come è possibile osservare, sono presenti due principali picchi di amplificazione in corrispondenza del periodo fondamentale ( $T_1 \approx 0.33$  s) e del secondo modo ( $T_2 \approx 0.13$  s) della struttura. In particolare, nel caso in esame, nel calcolo dello spettro utilizzando la formulazione proposta, è stato ipotizzato un valore di smorzamento della struttura pari al 3% (giustificato dal fatto che la struttura risulta ancora in campo lineare), e si è assunta una forma modale non perfettamente lineare, per tener conto della condizione di vincolo offerta dall'edificio adiacente.

Inoltre, si è considerato per semplicità solo il contributo del primo modo: questa semplificazione giustifica il valore leggermente inferiore di amplificazione stimato analiticamente rispetto a quello osservato sperimentalmente.

La capacità di questo approccio analitico di simulare l'effetto filtro appare promettente.

#### 4.2 Analisi numeriche su un sistema a 3-DOF

Al fine di validare numericamente le nuove espressioni analitiche proposte per la definizione degli spettri di piano, sono state eseguite analisi dinamiche lineari su un sistema elementare a 3 gradi di libertà (nel seguito chiamato "3-DOF") e sono stati confrontati gli spettri di piano così ottenuti con quelli ricavati applicando le espressioni proposte al §3. Le analisi svolte si collocano nell'ambito del primo approccio introdotto in §1 e che presuppone la liceità del disaccoppiamento, aspetto che è stato poi approfondito al §5. In particolare, nel caso in esame, il sistema a 3-DOF è stato determinato in modo da essere rappresentativo di un edificio esistente in muratura. Si è deciso di partire da un modello tridimensionale dettagliato (sviluppato secondo un approccio a telaio equivalente realizzato con il software Tremuri, Lagomarsino et al. 2013) in modo tale da poter eseguire, in futuro, anche analisi dinamiche nonlineari per verificare come gli spettri di piano si modifichino con il danneggiamento della struttura principale. Con la finalità dell'approfondimento in campo lineare, si è determinato a partire dal modello tridimensionale un equivalente sistema a 3-DOF (le traslazioni orizzontali dei tre livelli), tenendo conto anche della flessibilità delle fasce.

Una volta definite, per il sistema a 3-DOF, le matrici di massa  $\mathbf{M}$  (matrice diagonale le cui componenti rappresentano la sommatoria delle

masse nodali di ciascun livello) e di rigidezza  $\mathbf{K}$  (quest'ultima ricavata numericamente a partire dal modello tridimensionale), è stata verificata la corrispondenza tra il modello tridimensionale complesso e il sistema semplificato, eseguendo analisi modali (rispettivamente in ambiente Matlab per il sistema a 3-DOF e usando il software Tremuri per il sistema tridimensionale) e confrontando i risultati in termini di periodo proprio e forme modali.

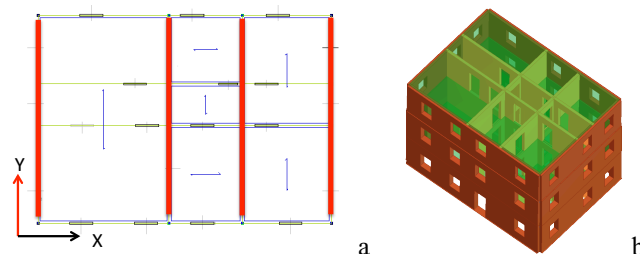


Figura 5. Pianta (a) e vista 3D (b) del modello tridimensionale a partire da cui è stato ricavato il sistema equivalente a 3 gradi di libertà.

La Tabella 3 mostra il confronto tra i risultati ottenuti in termini di forme modali e primo periodo di vibrazione.

Tabella 3. Confronto dei risultati delle analisi modali.

	Matlab (3 DOF)	Tremuri (modello 3D)
Forme modali i	-0.00072	-0.00074
(Modo 1)	-0.00132	-0.00132
	-0.00189	-0.00186
Primo periodo $T_1$	0.298 s	0.296 s

Per quanto riguarda infine la definizione della matrice di dissipazione  $\mathbf{C}$ , essa è stata definita ipotizzando uno smorzamento alla Rayleigh, proporzionale alla matrice di massa e di rigidezza per mezzo dei coefficienti  $a_0$  e  $a_1$ . Questi ultimi sono stati determinati nel caso in esame ipotizzando un coefficiente di smorzamento iniziale pari a 5% per i modi 1 e 2.

La Tabella 4 mostra le matrici  $\mathbf{K}$ ,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  definite per caratterizzare dinamicamente il sistema a 3-DOF ed i periodi ottenuti, i valori dei coefficienti  $a_0$  e  $a_1$  e dei periodi relativi al sistema.

Analisi dinamiche lineari sono state eseguite sul sistema a 3-DOF in Matlab, applicando alla base della struttura 10 accelerogrammi reali (registrazioni del terremoto de L'Aquila) e considerando gli spettri medi, sia di input (alla base della struttura) sia di piano (ai tre livelli).

Questi hanno effettivamente evidenziato l'effetto filtro operato dalla struttura. Dalla Figura 6 si nota come le più elevate amplificazioni si siano verificate in corrispondenza dei primi due periodi della struttura (effetto di risonanza). Inoltre, è interessante osservare come significativi effetti di amplificazione si verifichino già in

termini di PFA: quest'ultimo aspetto risulta particolarmente cruciale in termini di attivazione del meccanismo.

Tabella 4. Matrici di rigidezza **K**, massa **M** e dissipazione **C**, coefficienti per la definizione di uno smorzamento alla Rayleigh e periodi relativi al sistema 3-DOF.

Matrici di rigidezza, massa e dissipazione		
$K = \begin{bmatrix} 1344934656 & -676225908,6 & 0 \\ -676225908,6 & 1227109848 & -532404088,9 \\ 0 & -532404088,9 & 434685520,6 \end{bmatrix}$		
$M = \begin{bmatrix} 245985 & 0 & 0 \\ 0 & 209720 & 0 \\ 0 & 0 & 143293 \end{bmatrix}$		
$C = \begin{bmatrix} 1931673 & -773420 & 0 \\ -773420 & 1738911 & -608927 \\ 0 & -608927 & 726347 \end{bmatrix}$		
Parametri di definizione dello smorzamento alla Rayleigh		
$a_0=1.5994 \quad a_1=0.0011$		
Periodi relativi al sistema 3-DOF		
mode 1: $T_1 = 0,298 \text{ s}$		
mode 2: $T_2 = 0,095 \text{ s}$		
mode 3: $T_3 = 0,064 \text{ s}$		

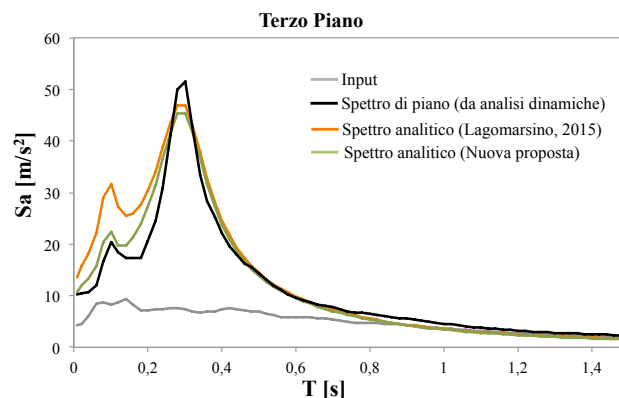


Figura 6. Risultati ottenuti dalle analisi dinamiche lineari.

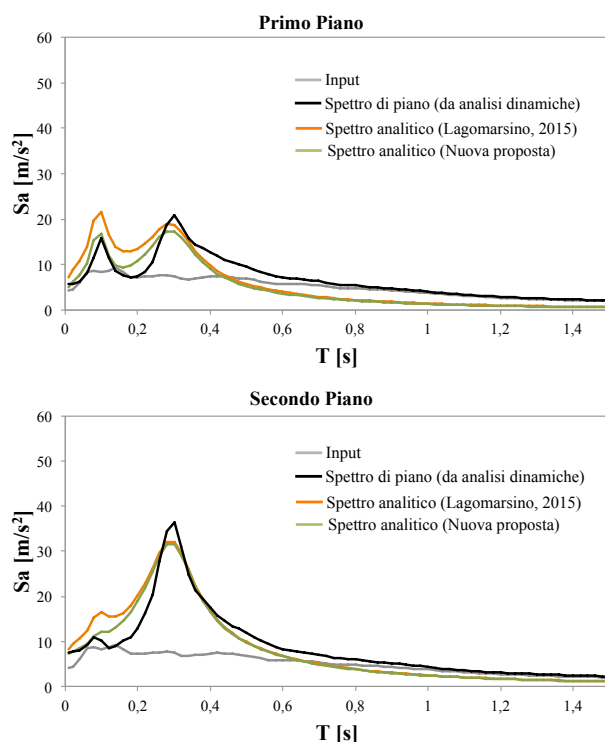
Gli spettri di piano ottenuti numericamente sono stati poi confrontati con quelli derivanti dalla formulazione analitica proposta in Lagomarsino 2015 e quella introdotta al §3, dove periodo, forme modali e coefficienti di partecipazione modali relativi ai tre modi sono stati ricavati eseguendo preliminarmente analisi modali in ambiente Matlab sul sistema a 3-DOF.

I risultati mostrano come:

- le espressioni proposte in Lagomarsino 2015 (dove il contributo dei diversi modi è considerato attraverso una somma diretta) colgono bene il picco di amplificazione in corrispondenza del periodo fondamentale della struttura, mentre in generale sembrano sovrastimare l'amplificazione in corrispondenza del secondo modo;
- applicando una regola di combinazione dei modi di tipo SRSS, come ivi proposto, si ottengano risultati migliori.

## 5 DEFINIZIONE DEL CAMPO DI APPLICABILITÀ DEL METODO PER SOTTOSTRUTTURE

Al fine di verificare l'attendibilità dell'utilizzo del tradizionale approccio per sottostrutture al variare della massa dell'appendice secondaria rispetto alla massa totale dell'edificio, è stato confrontato lo spettro di piano all'ultimo piano, ottenuto dal sistema a 3-DOF descritto al §4.2 con quelli ottenuti analizzando il sistema nel suo complesso, schematizzato come un sistema a 4-DOF, dove il grado di libertà aggiuntivo rappresenta proprio l'appendice secondaria (Figura 7a). Analoghi confronti potrebbero essere naturalmente eseguiti sugli spettri agli altri livelli.





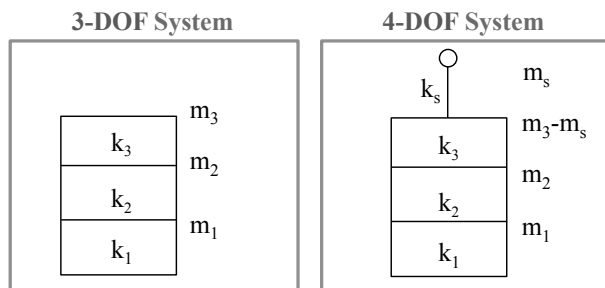


Figura 7. Confronto tra i due approcci: a) Floor Spectrum Approach; b) P-S System Approach.

In questo caso, per definire la matrice di dissipazione  $\mathbf{C}$ , si è ipotizzato uno smorzamento alla Caughey O' Kelly (Equazione 13), in modo da garantire uno smorzamento iniziale pari al 5% su tutti e quattro i modi.

$$\mathbf{C} = \sum_{j=0}^{N-1} \alpha_j (\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K})^j \quad (13)$$

I valori dell'accelerazione massima ottenuta in sommità all'appendice, ricavati eseguendo analisi dinamiche lineari sul sistema complessivo (4-DOF) nel quale le caratteristiche dell'appendice vengono variate in termini di massa  $m_s$  e rigidezza  $k_s$ , portano a definire uno spettro di risposta per punti (Figura 8).

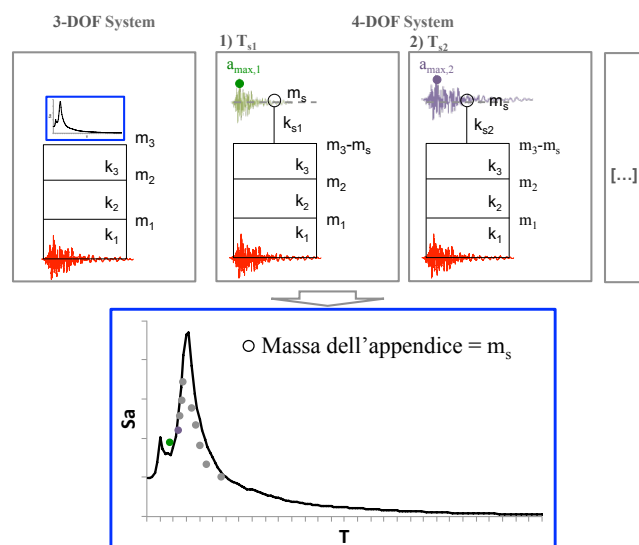


Figura 8. Schema della metodologia adottata per ottenere lo spettro di risposta per punti.

Le analisi sono state ripetute quindi al variare di diversi valori della massa assunta per l'appendice rispetto alla massa totale dell'edificio (Figura 9) al fine di considerare diverse possibili appendici strutturali (in particolare:  $m_s = 0.05 M_{tot}$ ;  $m_s = 0.01 M_{tot}$ ;  $m_s = 0.005 M_{tot}$ ;  $m_s = 0.001 M_{tot}$ ); per ciascuna è stata variata la rigidezza, in modo da ottenere diversi valori del periodo (Equazione 14).

$$T_s = 2\pi \sqrt{\frac{m_s}{k_s}} \quad (14)$$

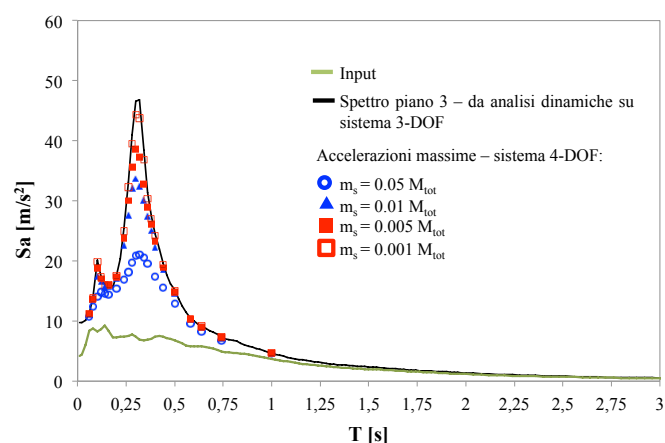
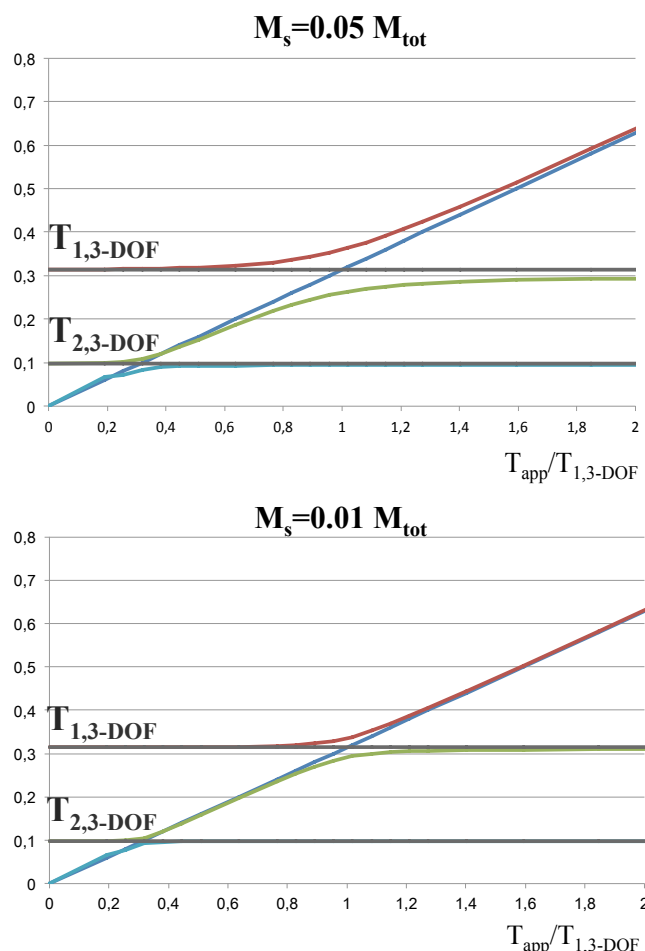


Figura 9. Confronto tra gli approcci "Floor Response" e "P-S System".



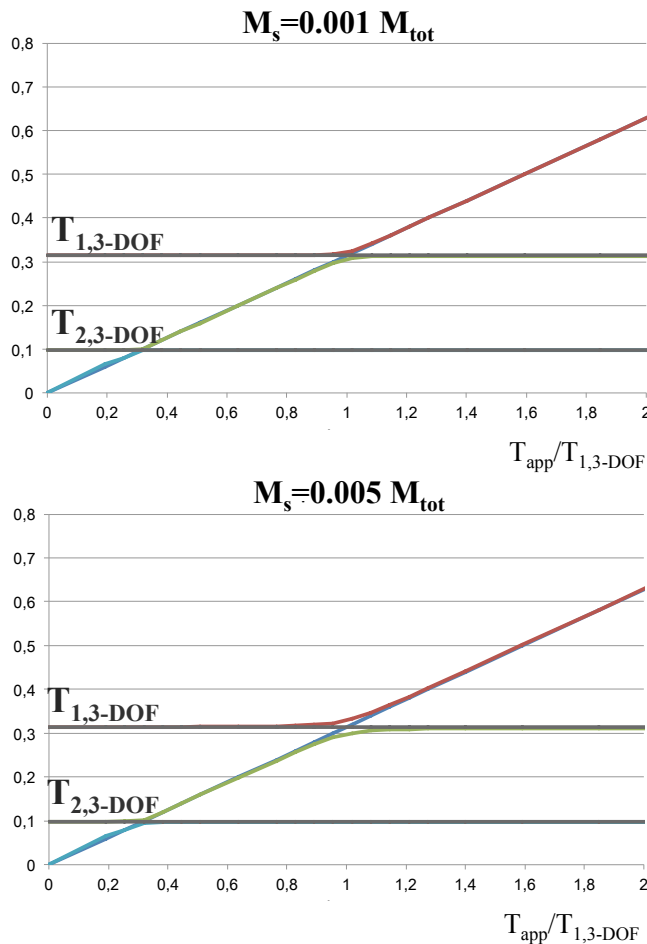


Figura 10. Andamento dei periodi  $T_{app}$ ,  $T_{1,4-DOF}$ ,  $T_{2,4-DOF}$  e  $T_{3,4-DOF}$  in funzione del rapporto  $T_{app}/T_{1,3-DOF}$ , al variare del valore della massa dell'appendice.

I risultati hanno mostrato come (Figura 9):

- nel caso di appendici con massa molto piccola, lo spettro di piano ottenuto dall'approccio per sottostrutture (ovvero trascurando l'interazione) è corretto, in quanto l'applicazione dei due diversi approcci porta a risultati coincidenti;
- nel caso di appendici strutturali caratterizzate da una massa significativa, il *Floor Spectrum Approach* tende a sovrastimare le accelerazioni spettrali nella struttura secondaria, soprattutto nell'intervallo di periodi vicini a quelli propri dell'edificio.

Tali risultati possono essere interpretati osservando la Figura 10, dove viene riportato, al variare del valore della massa dell'appendice  $m_s$ , l'andamento dei periodi dell'appendice  $T_{app}$  e dei periodi primo, secondo e terzo del sistema a 4-DOF ( $T_{1,4-DOF}$ ,  $T_{2,4-DOF}$  e  $T_{3,4-DOF}$ ) al variare del rapporto tra periodo dell'appendice e periodo primo del sistema a 3-DOF ( $T_{app}/T_{1,3-DOF}$ ).

Si può osservare infatti come, in corrispondenza del valore pari a 1 (in cui cioè  $T_{app}=T_{1,3-DOF}$ ), al diminuire della massa dell'elemento svettante, il valore del periodo dell'appendice strutturale tenda a coincidere con

il valore dei periodi primo e secondo del sistema a 4-DOF, che a loro volta coincidono con il primo periodo del sistema a 3-DOF. Questo significa che il sistema a 4-DOF, nel caso di elemento secondario con massa trascurabile, non risente della presenza di tale elemento e si comporta esattamente come il sistema a 3-DOF. Pertanto, in caso di appendice strutturale leggero, in corrispondenza del picco di massima amplificazione, il sistema completo tende ad avere due periodi praticamente coincidenti: questo giustifica la presenza di una forte amplificazione e l'attendibile utilizzo di un metodo per sottostrutture. Viceversa, in caso di appendice strutturale con massa significativa rispetto alla principale, non si verificano mai due periodi coincidenti e di conseguenza le amplificazioni tendono ad essere smorzate.

## 6 CONCLUSIONI

Obiettivo del presente articolo è proporre una formulazione per la definizione degli spettri di piano analitica semplificata che sia utilizzabile a livello progettuale, ma derivata a partire da una base teorica rigorosa.

Le espressioni proposte sono state validate mediante l'utilizzo di risultati sperimentali e numerici, che ne hanno evidenziato l'affidabilità.

Inoltre, nell'articolo, è stato anche approfondito l'aspetto più specifico che riguarda l'attendibilità e la definizione dei campi di applicabilità dell'ipotesi di disaccoppiamento su cui tale formulazione si basa. Il confronto dei risultati delle analisi dinamiche lineari effettuate su un sistema a 3-DOF con appendice sommitale di massa variabile (descritto come grado di libertà aggiuntivo), alternativamente nell'ipotesi di trascurare o meno l'interazione dinamica tra sistema principale e secondario, hanno mostrato come l'approccio per sottostrutture (ovvero trascurando l'interazione) sia corretto nel caso di appendici caratterizzati da massa molto piccola rispetto a quella dell'edificio principale; viceversa, per meccanismi locali che coinvolgono una porzione significativa dell'edificio, l'interazione tra sistema primario e secondario non può essere trascurata e questa porta ad una riduzione del picco di amplificazione. Si potrebbe tenere in considerazione di tale effetto, dopo opportuna analisi parametrica, mediante l'introduzione di un coefficiente che consenta di graduare opportunamente il picco dello spettro, in funzione del rapporto tra la massa dell'appendice strutturale  $m$  e la massa totale dell'edificio  $m_{tot}$ .

## RINGRAZIAMENTI

Questa ricerca è stata finanziata dal Progetto esecutivo DPC-ReLUIIS III 2014 nell'ambito della Linea *Muratura* (Coordinatori: Proff. G. Magenes, S.Lagomarsino e C.Modena).

## REFERENCES

- ASCE/SEI 41-13 2014. Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings. American Society of Civil Engineers, Reston, VA, ISBN 978-0-7844-7791-5.
- Barani, S., De Ferrari, R., Eva, C., Lagomarsino, S., Cattari, S., Pieracci, A., 2014. Structural response of historical and residential buildings during dredging activities in the Genoa harbour. *2<sup>nd</sup> European Conference on Earthquake Engineering and Seismology*. August 25-29, Istanbul, Turkey.
- Beyer K., Tondelli, M., Petry, S., Peloso, S., 2015. Dynamic testing of a four-storey building with reinforced concrete and unreinforced masonry walls: prediction, test results and data set, *Bull. Earthquake Eng.*, DOI 10.1007/s10518-015-9752-z.
- Burdisso, R.A., Singh, M.P., 1987a. Multiply supported secondary systems part I: response spectrum analysis, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **15**, 53-72.
- Burdisso, R.A., Singh, M.P., 1987b. Multiply supported secondary systems part II: seismic inputs, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **15**, 73-90.
- CEN 2004, Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance – *Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings*. European Code EN 1998-1, European Committee for Standardization, Brussels, Belgio.
- Chen, Y., Soong, T.T., 1988. State of art review seismic response of secondary systems, *Eng. Struct.*, **10**, 218-228.
- Circolare Esplicativa 617, 2009. Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti, Circ. C.S.Ll.Pp. No. 617 2/2/2009. “Istruzioni per l'applicazione delle nuove norme tecniche per le costruzioni di cui al Decreto Ministeriale 14 Gennaio 2008. G.U. S.O. n.27 del 26/2/2009, No. 47”.
- Curti, E., 2007. Vulnerabilità sismica delle torri campanarie: modelli meccanici e macrosismici, *PhD Thesis*, University of Genoa, Italy.
- Degli Abbati, S., Cattari, S., Lagomarsino, L. 2015. A simplified theoretically-based formulation for the floor spectra definition: proposal and validation through experimental data results (*in preparation*).
- Lagomarsino, S., 2015. Seismic assessment of rocking masonry structures, *Bulletin of Earthquake Engineering*, **13**(1), 97-124, DOI 10.1007/s10518-014-9609-x.
- Lagomarsino, S., Penna, A., Galasco, A., Cattari, S. 2013. TREMURI program: an equivalent frame model for the nonlinear seismic analysis of masonry buildings. *Engineering Structures*, Vol. 56, pp. 1787-1799, DOI:10.1016/j.engstruct.2013.08.002.
- Matlab Software, R2014b, www.mathworks.com.
- Menon, A., Magenes, G., 2011. Definition of seismic input for out-of-plane response of unreinforced masonry: I. Parametric study, *Journal of Earthquake Engineering*, **15**(2), 165-194.
- Menon, A., Magenes, G., 2011. Definition of seismic input for out-of-plane response of unreinforced masonry. II: Formulation, *Journal of Earthquake Engineering*, **15**(2), 195-213.
- Muscolino, G., 1991. Dinamica di sistemi strutturali composti da due sottostrutture, Capitolo del libro “*Problemi strutturali nell'ingegneria sismica*”, Dario Flaccovio Editore.
- NTC 2008. Norme tecniche per le costruzioni, Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti. Decreto del 14 Gennaio 2008, G.U. S.O. n.30, 4 Febbraio.
- NZS1170.5 (2004) Structural Design Actions – Part 5: earthquake sections, New Zealand.
- SIA 2003, SIA 261: Actions on Structures. Swiss Norm, *Swiss Society of Engineers and Architects*, Zurich, Switzerland.
- Singh, M.P., 1975. Generation of seismic floor spectra, *J. Eng. Mech. Div., ASCE*, **101**, EM5, 593-607.
- Singh, M.P., 1980. Seismic design input for secondary systems, *Journal of the Structural Division, ASCE*, **106**, ST2, 505-517.
- Sullivan, T.J., Calvi, P.M., Nascimbene R., 2013. Towards improved floor spectra estimates for seismic design, *Earthquakes and Structures*, **4**(1) 109-132.
- Vukobratovic, V., Fajfar, P., 2014. A method for the direct determination of approximate floor response spectra for SDOF inelastic structures, *Bull. Earthquake Eng.* **13**:1405-1424, DOI 10.1007/s10518-014-9667-0.